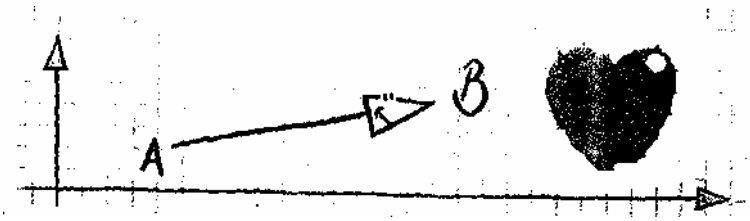
المعلم في المستوى

كفايات

- حساب و استعمال إحداثيتي متجهة ومنتصف قطعة ومجموع متجهتين
- استعمال مبرهنة فيتاغورس لحساب المسافة بين نقطتين

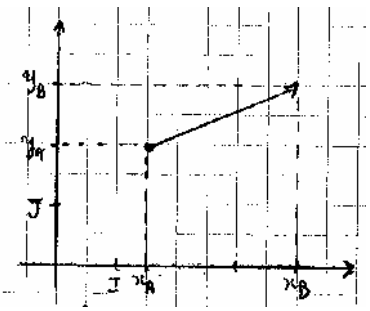


حساب إحداثيتي متجهة

خاصية 1 : **في معلم** (O,I,J) ، نعتبر نقطتين $A(x_A\,;y_A)$ و $B(x_B\,;y_B)$

إحداثيتا المتجهة $\overrightarrow{AB}$ هما $(x_B-x_A\,;y_B-y_A)$

ونكتب : $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A\,;y_B-y_A)$ أو $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$



مثال : في الشكل لدينا $x_A=1.5$ $x_B=4$
$y_A=2$ $y_B=3$

$x_B-x_A=4-1,5=2,5$ و $y_B-y_A=3-2=1$

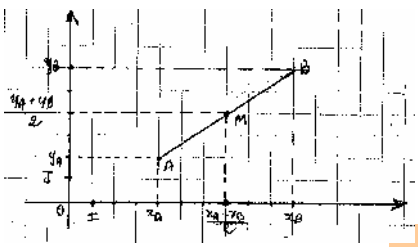
إذن $\overrightarrow{AB}(2,5;1)$

حساب إحداثيتي منتصف قطعة

خاصية 2 : **لتكن** $A(x_A;y_A)$ و $B(x_B;y_B)$

إحداثيتي M منتصف [AB]

$$x_M=\frac{x_A+x_B}{2} \quad \text{و} \quad y_M=\frac{y_A+y_B}{2}$$



مثال: في الشكل جانبه لدينا $x_A=$ و $x_B=10$ و $y_A=2$ و $y_B=6$

$$x_M=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{4+10}{2}=7 \quad \text{و} \quad y_M=\frac{y_A+y_B}{2}=\frac{2+6}{2}=4$$

إذن إحداثيتا M هما $(7\,;4)$ **ونكتب** $M(7\,;4)$

تطبيقات

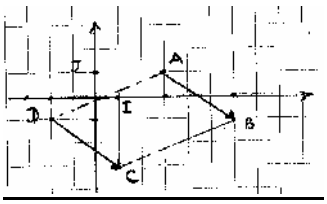
استعمال الحساب للبرهنة على أن رباعيا هو متوازي الأضلاع :

مثل: نعتبر النقط A(3;1) ; B(6;-1) ; C(1;-3) ; D(-2;-1)
برهن أن ABCD متوازي الأضلاع

المرحلة 1 : تحسب إحداثيتي المتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{DC}$ ثم تتأكد بواسطة الشكل

$x_B - x_A = 6 - 3 = 3$ و $y_B - y_A = -1 - 1 = -2$ و منه $\overrightarrow{AB}$ (3;-2)

و $x_C - x_D = 1 + 2 = 3$ و $y_C - y_D = -3 - (-1) = -3 + 1 = -2$ ومنه $\overrightarrow{DC}$ (3;-2)

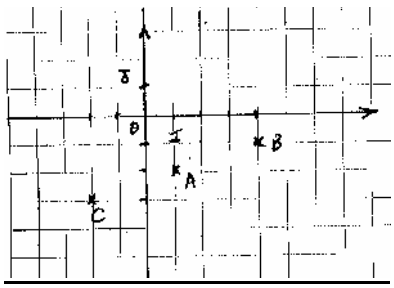


المرحلة 2: تقارن إحداثيتي $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{DC}$ ثم تستنتج ،
المتجهتان $\overrightarrow{DC}$ و $\overrightarrow{AB}$ لهما نفس الإحداثيات .
إذن ABCD متوازي الأضلاع .

1. استعمال الحساب على نقطتين متماثلتين

مثل

نعتبر النقط A(1;-2) و B(4;-1) و C(2;-3)
برهن على أن النقطة C هي مماثلة B بالنسبة للنقطة A



المرحلة *1*: ننجز شكلا ونحلل الوضعية
برهن على أن C مماثلة B بالنسبة ل A
يعني أو يقصد به برهن على
أن A منتصف [BC] .

المرحلة 2: تحسب إحداثيتي منتصف [BC] وتستنتج

$\frac{x_C + x_B}{2} = \frac{-2+4}{2} = 1$ و $\frac{y_C + y_B}{2} = \frac{-3+(-1)}{2} = 2$

إذن إحداثيتي منتصف [CB] هما (1;-2)
ونلاحظ أن إحداثيتي A هما (1;-2) إذن A منتصف [CB]
ومنه C هي مماثلة B بالنسبة للنقطة A.

ملاحظة : يمكنك كذلك استعمال إحداثيتي المتجهتين $\overrightarrow{CA}$ و $\overrightarrow{AB}$
قارن وستنتج.....

تطبيقات

تمرين

تعلم كيف تبرهن باستعمال المعلم

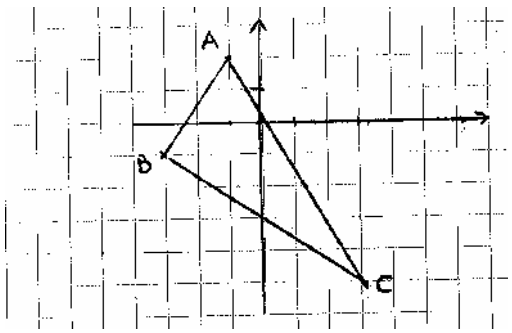
المعلم $(O\ I\ J)$ و ممنظم :

1- أنشئ النقط A(-1;2) و B(-3;-1) و C(3;-5)

1. تحقق أن $AB=\sqrt{13}$ و $BC = 2\sqrt{13}$

برهن على أن ABC مثلث قائم الزاوية .

2. احسب إحداثيتي النقطة D صورة A التي تحول B إلى C.



1. إنشاء النقط A و B و C

2. طبيعة المثلث ABC

$AB^2 = (\sqrt{13})^2 = 13$

$BC^2 = (2\sqrt{13})^2 = 2^2 + (\sqrt{13})^2 = 4\times13 = 52$

$CA^2 = (x_A-x_C)^2 + (y_A-y_C)^2$

$CA^2 = (-1-3)+(2-(-5))^2 = -4^2+ 7^2 = 65$ إذن

وحيث أن $65 = 52+ 13$ فإن $CA^2 = AB^2 + BC^2$

وحسب مبرهنة فيتاغورس العكسية فإن المثلث ABC قائم الزاوية في B.

3. إحداثيتا النقطة D .

نبحث عن النقطة D التي تحقق $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CD}$

$$\overrightarrow{BC}(6;-4)\begin{cases} x_C - x_D = 3-(-3) = 6 \\ y_C - y_D = -5-(-1) = -4 \end{cases}$$

$$\overrightarrow{AD}(x_D+1; y_A-2)\begin{cases} x_D-(-1) = x_D+1 \\ y_D - y_A = y_D-2 \end{cases}$$

$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CD}$ لذا وفقط إذا كان $x_D + 1 = 6$ و $y_D - 2 = -4$

أن $y_D = 5$ و $x_D = 5$

وبالتالي D(5;-2) هي صورة A(-1; 2) بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{BC}$.

لاستنتاج ABCD مستطيل .